

## Série 4b Questions

### Question 4b.1 – Maximal in plane shearing stress

Nous considérons un matériau pour lequel il est connu que la défaillance est causée par un cisaillement, et sa contrainte de cisaillement maximale avant défaillance (contrainte limite d'élasticité en cisaillement,  $\tau_{yield}$ ) a été mesurée comme étant 75 MPa. Une pièce mécanique fabriquée avec ce matériau est soumise aux contraintes indiquées à la Figure 4b.1.

**Déterminer les valeurs de  $\sigma_y$  pour lesquelles la défaillance du matériau due à une contrainte de cisaillement trop élevée est observée.**

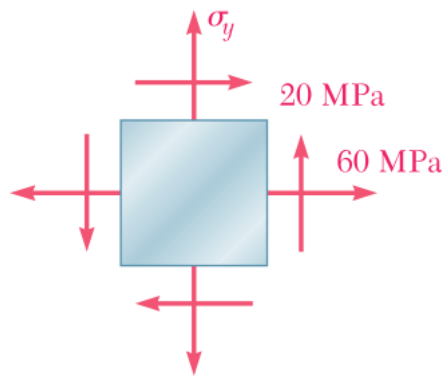


Figure 4b.1 – State of stress on a 2D element with unknown  $\sigma_y$

#### Question 4b.1 - Text in English

We consider a material for which it is known that failure is due to shear stress, and its maximal shear stress before failure (shear yield stress,  $\tau_{yield}$ ) has been measured to be 75 MPa. A mechanical piece made of this material is submitted to the plane stresses shown in Figure 4b.1.

**Determine the values of  $\sigma_y$  for which material failure due to maximum shear stress is observed.**

### Question 4b.2 – Axial load on glued joint

Deux éléments de section uniforme de  $50 \times 80 \text{ mm}^2$  sont collés ensemble le long du plan 'a-a' qui forme un angle de  $25^\circ$  avec l'axe 'x' horizontal (Figure 4b.2). Nous considérons que le matériau de la poutre est dur et ne rompt pas, et nous examinons plutôt les conditions pour une défaillance dans le joint. Nous savons que les contraintes limites d'élasticité pour le joint collé sont différentes pour la contrainte normale perpendiculaire au joint ( $\sigma_{\perp,yield}$ ) et la contrainte de cisaillement parallèle au joint ( $\tau_{\parallel,yield}$ ). Elles sont respectivement  $\sigma_{\perp,yield} = 800 \text{ kPa}$  et  $\tau_{\parallel,yield} = 600 \text{ kPa}$ .

**Déterminer la valeur maximale de la charge verticale F qui peut être appliquée avant qu'une défaillance soit observée dans le joint (nous considérons qu'il s'agit d'un problème en 2D).**

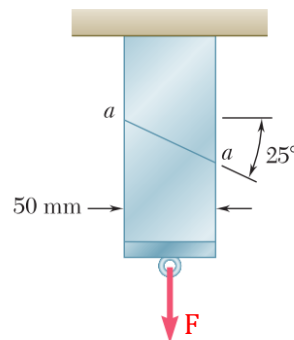


Figure 4b.2 – Vertical load on a glued joint

#### Question 4b.2 - Text in English

Two members of uniform cross section  $50 \times 80 \text{ mm}$  are glued together along plane 'a-a' that forms an angle of  $25^\circ$  with the horizontal x-axis (Figure 4b.2). We consider that the material of the beam is tough and does not break, and expect failure in the glued joint instead. We know that the yield stresses for the glued joint are different for the normal stress on the joint ( $\sigma_{\perp,yield}$ ) and for the shearing stress parallel the joint ( $\tau_{\parallel,yield}$ ). They are respectively  $\sigma_{\perp,yield} = 800 \text{ kPa}$  and  $\tau_{\parallel,yield} = 600 \text{ kPa}$ .

**Determine the maximum value of the centric load F that can be applied before failure in the glued joint (we consider it a 2D problem).**

### Question 4b.3 – Tilted strain gauge

Une plaque d'aluminium avec le module de Young  $E=72$  GPa et le coefficient de Poisson  $\nu= 0.33$  est soumise aux contraintes normales  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  (voir la Figure 4b.3 ci-dessous). Une jauge de contrainte est collée à la plaque à un angle de  $21^\circ$ . La contrainte selon l'axe des 'x' est  $\sigma_x = 86.4$  MPa. Le facteur de jauge de la jauge de contrainte est  $GF=50$ . La variation relative de résistance électrique observée est de  $47.3 \cdot 10^{-3}$ .

$$GF = \frac{1}{\varepsilon_{along}} \frac{\Delta R}{R}$$

- (a) Quelle est la contrainte de cisaillement maximale,  $\tau_{max}$ , dans le plan?  
 (b) Quelles sont les déformations axiales relatives le long des axes x, y et z ?

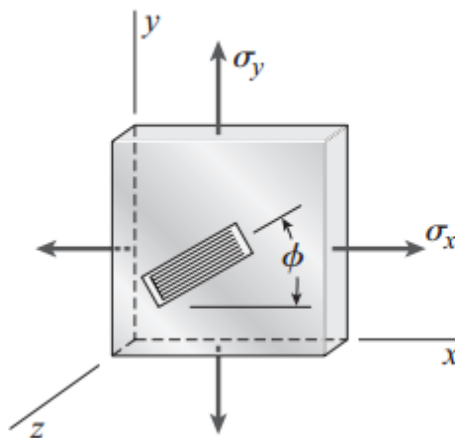


Figure 4b.3 – Strain gauge on a 3D element

#### Question 4b.3 - Text in English

An Aluminum plate with Young modulus  $E = 72$  GPa and Poisson's ratio  $\nu = 0.33$  is loaded in biaxial stress by normal stresses  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  (see Figure 4b.3 below). A strain Gauge is bonded to the plate at an angle of  $21^\circ$ . The stress  $\sigma_x = 86.4$  MPa. The gauge factor of the strain gauge is  $GF = 50$ . The relative electrical resistance variation observed is  $47.3 \cdot 10^{-3}$ .

$$GF = \frac{1}{\varepsilon_{along}} \frac{\Delta R}{R}$$

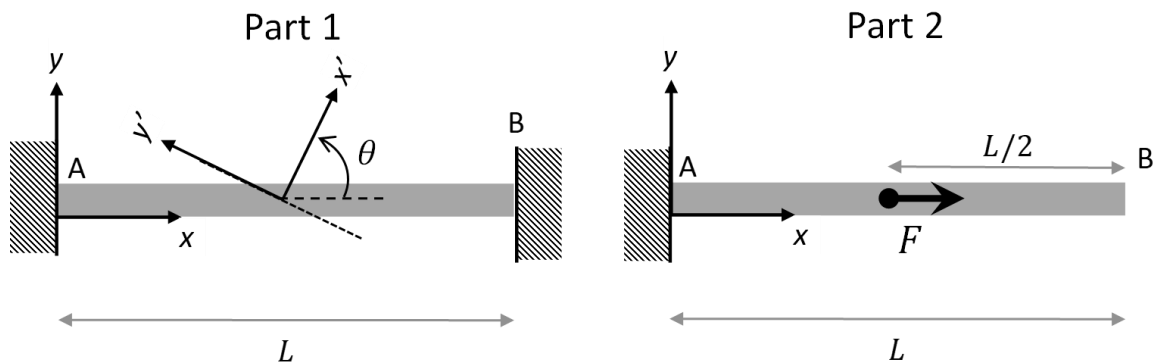
- (a) What is the maximum in-plane shear-stress  $\tau_{max}$ ?  
 (b) What are the axial strain parameters along x,y and z?

## Question 4b.4 – Temperature change in beam

### Partie 1 :

Une poutre, fixée à ses deux extrémités, avec une section transversale carrée, comme illustré à la Figure 4b.4 (partie 1), a un module de Young de  $E=200$  GPa, un coefficient de dilatation thermique de  $\alpha = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , une épaisseur de  $h_0 = 1$  cm et une longueur de  $L=1$  m. La contrainte limite d'élasticité longitudinale de la poutre est de  $|\sigma_{yield}| = 30$  MPa, et la contrainte limite d'élasticité de cisaillement  $\tau_{yield} = 10$  MPa. La poutre est soumise à un changement de température  $\Delta T$  positif.

- Quelle est la variation de température,  $\Delta T$ , nécessaire pour que la défaillance du matériau soit due à une contrainte longitudinale?
- La défaillance sera-t-elle attribuable à une contrainte de compression ou de traction?
- Pour un changement de température  $\Delta T$  donné, quelle est la contrainte de cisaillement maximale et l'angle de rotation  $\theta$  auquel se trouve cette contrainte de cisaillement?
- Quelle est le variation de température,  $\Delta T$ , nécessaire pour que la rupture du matériau soit due à une contrainte de cisaillement?



**Figure 4b.4 – Part 1: Temperature change in a beam clamped on both ends – Part 2: Temperature change in a beam clamped on one side with an applied load  $F$**

### Partie 2 :

La poutre est maintenant fixée à une seule extrémité et subit également une force  $F$  appliquée au point central, comme le montre la Figure 4b.4 (partie 2).

- Si  $\Delta T=50$  K, quelle est la force maximale  $F$  avant défaillance du matériau?
- Cette défaillance est-elle attribuable à des contraintes longitudinales ou de cisaillement?
- De combien est l'allongement total de la barre juste avant la défaillance?

---

**Question 4b.4 - Text in English**

---

**Part 1:**

A beam, clamped of both ends, with a square cross section, shown in Figure 4b.4 (Part 1), has a Young's Modulus  $E = 200$  GPa, coefficient of thermal expansion  $\alpha = 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>, thickness  $h_0 = 1$  cm and length  $L = 1$  m. The longitudinal yield stress of the beam is  $|\sigma_{yield}| = 30$  MPa and the shear yield stress  $|\tau_{yield}| = 10$  MPa. The beam undergoes a positive  $\Delta T$ .

- (a) What is the necessary  $\Delta T$  to have material failure due to longitudinal stress?**
- (b) The failure will be due to compressive or tensile stress?**
- (c) For a given temperature change  $\Delta T$ , what is the maximum shear stress and the angle of rotation  $\theta$  at which this shear stress is found?**
- (d) What is the necessary  $\Delta T$  to have material failure due to shear stress?**

**Part 2:**

The beam is now only clamped on one end and undergoes also a force  $F$  applied in the middle point, as shown in Figure 4b.4 (Part 2).

- (e) If  $\Delta T = 50$  K, what is the maximum force  $F$  before failure?**
- (f) Is that failure due to longitudinal or shear stress?**
- (g) How much is the total elongation of the bar just before failure?**

### Question 4b.5 – Von Mises criterion and safety factor

L'état de contrainte dans le plan représenté dans la Figure 4b.5 se produit dans une pièce en acier avec  $\sigma_{\text{yield}} = 315 \text{ MPa}$  (la contrainte limite d'élasticité de cet acier).

À l'aide du critère de Von Mises, déterminer si la limite d'élasticité est dépassée pour (a)  $\tau_{xy} = 63 \text{ MPa}$ , (b)  $\tau_{xy} = 140 \text{ MPa}$ . Si ce n'est pas le cas, déterminer le facteur de sécurité correspondant.

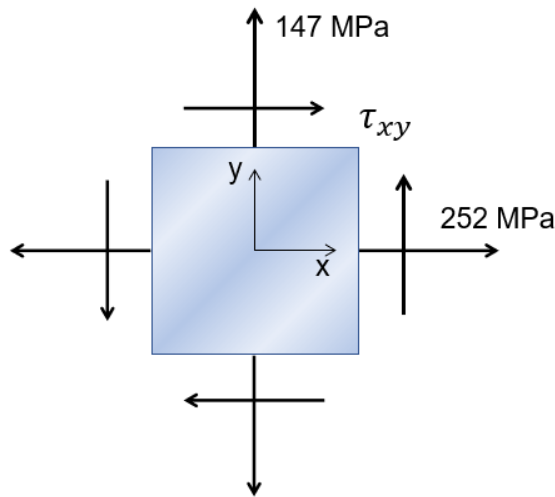


Figure 4b.5 – State of stress on a 2D element with varying  $\tau_{xy}$

#### Question 4b.5 - Text in English

The state of plane stress shown in Figure 4b.5 occurs in a machine component made of a steel which has a  $\sigma_{\text{yield}}$  of 315 MPa.

Using the Von Mises criterion, determine whether yield will occur when (a)  $\tau_{xy} = 63 \text{ MPa}$ , (b)  $\tau_{xy} = 140 \text{ MPa}$ . If yield does not occur, determine the corresponding Safety Factor ( $SF_{\text{VM}}$ ).